• $m\frac{d^2x}{dt^2} = m\omega^2 X_m . \sin(2\pi Nt + \varphi_x + \pi) \Rightarrow \vec{U}_3$

$$\left(\|\vec{U}_3\| = m\omega^2 X_m ; \varphi_3 = \varphi_x + \pi \right)$$

• $F(t) = F_m \sin 2\pi Nt \Rightarrow \vec{U} \left(\|\vec{U}\| = F_m ; \varphi = 0 \right)$.

Pour exprimer l'amplitude X_m de l'élongation **x** (t) , on applique la relation de Pythagore : $F_m^2 = (h.2\pi N.X_m)^2 + (K.X_m - m.4\pi^2.N^2X_m)^2$,

Ce qui donne : $F_m^2 = X_m^2 [(h.2\pi N)^2 + (K - m.4\pi^2N^2)^2]$

D'où :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2}} = \frac{F_m}{\sqrt{4h^2\pi^2N^2 + (k - 4m\pi^2N^2)^2}} .$$

D'après la construction de Fresnel , on détermine : le déphasage entre x (t) et F (t) par la tangente : $\mathbf{tg(\varphi_F - \varphi_x)} = \frac{h\omega_e}{K - m\omega_e^2}$,

si $\omega_e = 0$, alors : $tg(\varphi_F - \varphi_x) = 0^+ \Rightarrow (\varphi_F - \varphi_x) = 0$;

si $\omega_e \to \infty$, alors : $tg(\varphi_F - \varphi_x) \to 0^- \Rightarrow (\varphi_F - \varphi_x) \to \pi$;

@ Donc , pour $\forall\ \omega_e$, on a : $0 \leq \varphi_F - \varphi_x \leq \pi$, ce qui signifie que **x (t) est toujours en retard de phase par rapport à F (t) .**

Justification de l'allure de la courbe de résonance obtenue expérimentalement :

D'après l'expression : $X_m = \frac{F_{max}}{\sqrt{(2\pi N.h)^2 + [k - m(2\pi N)^2]^2}} = f(N)$.

* Si $N \to 0$, alors : $X_m \to \frac{F_m}{k}$.

* Si $N \to \infty$, alors : $X_m \to 0$.

* Puis X_m est maximale pour la fréquence N_r telle que : $\frac{dX_m}{dN} = 0$,

Ce qui nous permet d'obtenir l'expression de la fréquence de résonance d'amplitude :